

Epreuve sur dossier du CAPES 3e concours de mathématiques, session 2014

(ORAL 2)

Ce document contient la liste des dossiers proposés aux candidats passant le second oral du CAPES 2014 (troisième concours) session normale, telle qu'elle a été publiée sur le site officiel du Jury de l'époque.

Pour me contacter : dany-jack.mercier@hotmail.fr.
Ce document est placé sur le site MégaMaths.

[0] [epreuvesurdossier2014conc3]

Thème : loi binomiale

L'exercice

Partie A

Une urne contient 8 boules vertes et 12 boules rouges. On tire successivement au hasard et avec remise 10 boules de cette urne.

On considère la variable aléatoire X égale au nombre de boules rouges obtenues sur les 10 tirages.

1. Démontrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.
   Donner la formule exacte et arrondir le résultat à 0,0001 près.

Partie B

L'urne contient maintenant 8 boules vertes et N boules rouges, avec $N \geqslant 2$.

On tire toujours au hasard et avec remise 10 boules de cette urne.

Déterminer le nombre minimum de boules rouges N que l'urne doit contenir pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge sur les 10 tirages soit supérieure à 0,999.

Les réponses de deux élèves de première à la partie B

Élève 1

Dans un tableur, je mets 1 *dans la cellule* $A1$*, et je mets la formule*

=1-LOI.BINOMIALE(0;10;A1/(A1+8);0)

dans la cellule $B1$.

Je copie les deux cellules vers le bas et je regarde en quelle ligne la colonne B devient plus grande que $0,999$.

C'est pour $N = 8$.

Élève 2

J'ai tapé sur ma calculatrice l'algorithme ci-dessous :

début
  Entrées : N
  tant que $1-(8 \div (N+8))^{10} > 0,999$ **faire**
    $N+1 \rightarrow N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

J'ai trouvé que N *valant* 7 *convient car pour* N *valant* 8*, le programme ne s'arrête pas.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les compétences acquises dans les domaines des probabilités et de l'algorithmique.

2- Exposez une correction de la partie B comme vous le feriez devant une classe de terminale, en prenant en compte les productions des élèves.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *loi binomiale* dont l'un au moins s'appuiera sur l'utilisation d'un logiciel ou d'une calculatrice. Vous expliciterez les objectifs de formation visés par les exercices proposés.

Thème : résolution d'équations

L'exercice

Soit f la fonction définie sur $]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-2x}{x-2}$$

On appelle $\mathcal{H}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.
Soit m un nombre réel. On considère la droite (D_m) d'équation $y = mx$.
Trouver les points de $\mathcal{H}$, s'ils existent, en lesquels la tangente à la courbe est parallèle à (D_m).

Les réponses proposées par deux élèves de première S à la question 2

Élève 1

Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur. Donc on doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$.
Comme m *et* $(x-2)^2$ *sont strictement positifs, alors on a* $m > 0$.
On n'a donc pas de tangente si $m \leqslant 0$.
$\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$ *équivaut à* $\dfrac{2}{x-2} = \sqrt{m}$.
On a donc un point répondant à la question, qui a pour abscisse $x = \dfrac{2}{\sqrt{m}} + 2$.

Élève 2

On doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$ *qui équivaut à* $m(x-2)^2 - 4 = 0$.
On doit résoudre

$$mx^2 - 4mx + 4m - 4 = 0.$$

On trouve $\Delta = 16m$.
Donc il y a deux points d'abscisse $x = \dfrac{4m - 4\sqrt{m}}{2m} = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{m}}$ *et* $x = 2 + \dfrac{2}{\sqrt{m}}$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des deux élèves, en mettant en évidence leurs compétences dans le domaine de la résolution d'équations.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de première scientifique en vous appuyant éventuellement sur un logiciel.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *résolution d'équations*. Vous prendrez soin de motiver le choix effectué.

Thème : modélisation à l'aide de suites

L'exercice

Un magazine est vendu uniquement par abonnement. Le modèle économique prévoit qu'il y ait 1800 nouveaux abonnés chaque année et que d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.
En 2013, il y avait 8000 abonnés.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers d'abonnés prévus en $(2013+n)$.

1. Établir que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}85u_n + 1{,}8$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 12$.
   (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
4. Écrire un algorithme donnant l'année à partir de laquelle le magazine dépassera, d'après le modèle, la barre des 11000 abonnés et donner le résultat.

Les réponses de deux élèves à la question 4)

Élève 1

début
  $8 \to U$;
  tant que $U < 11$ **faire**
    $0 \to N$;
    $0{,}85 \times U + 1{,}8 \to U$;
    $N+1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

Mon algorithme comporte une erreur car je trouve 1.

Élève 2

début
  $0 \to N$;
  tant que $U < 11$ **faire**
    $12 - 4 \times 0{,}85^N \to U$;
    $N+1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

Ma calculatrice affiche $N = 10$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en relevant ses erreurs et en mettant en évidence ses compétences dans le domaine de l'algorithmique.

2- Exposez une correction des questions 2) et 3) comme vous le feriez devant une classe de terminale.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème des *suites* dont l'un au moins conduit à modéliser une situation.

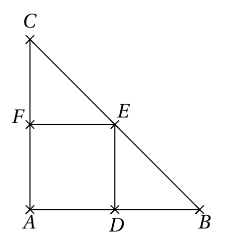
Thème : grandeurs et mesures

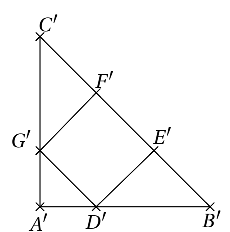
L'exercice

ABC et $A'B'C'$ sont des triangles rectangles et isocèles respectivement en A et A' tels que

$$AB = AC = A'B' = A'C' = 8$$

On construit comme indiqué ci-dessous deux carrés $ADEF$ et $D'E'F'G'$ dont les sommets appartiennent aux côtés des triangles. Comparer les aires des deux carrés.

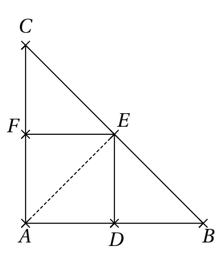




Les réponses de deux élèves

Élève 1

En traçant AE, j'ai découpé le premier triangle en 4 triangles égaux.



donc l'aire du carré est les $\frac{2}{4}$ *de l'aire du triangle.*
Pour l'autre triangle, je n'ai pas trouvé de découpage pour pouvoir répondre.

Élève 2

Pour le premier triangle, j'ai construit le carré $ADEF$ de côté 4, puis le triangle avec $AB = AC = 8$, et j'ai mesuré $BC \approx 11,3$.
Pour le deuxième triangle, si on part d'un carré $D'E'F'G'$ de côté 4, on a alors $C'F' = F'E' = E'B' = 4$, d'où $B'C' = 12$. Comme $B'C'$ doit être égal à BC, cela signifie qu'en fait le carré $D'E'F'G'$ doit être plus petit que le carré $ADEF$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des élèves en mettant en évidence leurs acquis en géométrie.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de troisième.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*, en indiquant pour chacun les objectifs pédagogiques.